Exercice 1

Le problème est une simple application du théorème de l'impulsion, $\Delta p = F\Delta t$, qui nous donne $F = 3300\,\mathrm{N}$.

Exercice 2

Le marteau de masse M se déplace sur l'axe x et touche le clou en $x_0 = 0$.

$$F_{moy} = Ma_{moy} \text{ et } a_{moy} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} \tag{1}$$

Où i et f représentent les positions $i$nitiales et $f$inales. Ici, on prend t_i en 0 s et t_f quand le marteau s'arrête. On obtient :

$$a_{moy} = \frac{0 - v_0}{t_f - 0} = -\frac{v_0}{t_f} \Rightarrow F_{moy} = -M\frac{v_0}{t_f} = -4\frac{6}{2 \cdot 10^{-3}} = -12000 \text{ N} \tag{2}$$

Le signe moins vient du fait que la force s'oppose au mouvement.

Détermination de la force à partir de la variation de la quantité de mouvement : la vitesse et la masse du marteau nous donne son quantité de mouvement $p_i = mv = 24\,\mathrm{kgm/s}$, verticale, vers le bas. Pendant le $\Delta t = 2ms$ de l'interaction, une force F est exercée sur le marteau par le clou, et l'impulsion $I = F\Delta t$ de cette force fait varier sa quantité de mouvement, qui devient zéro : $I = p_f - p_i$, qui nous donne $F = \frac{-mv}{\Delta t} = -12000\mathrm{N}$. La signe négative indique que cette force est opposé à la quantité de mouvement initiale.
Si l'on suppose que la force est constante durant tout le freinage du marteau et vaut F_{moy}, l'accélération est également constante. On trouve ainsi l'équation du mouvement du marteau :

$$x(t) = -\frac{1}{2}\frac{v_0}{t_f}t^2 + v_0 t \tag{3}$$

L'enfoncement l_c du clou dans le bois vaut donc :

$$l_c = x(t_f) = -\frac{1}{2}\frac{v_0}{t_f}t_f^2 + v_0 t_f = \frac{1}{2}v_0 t_f = 6 \text{ mm} \tag{4}$$

Exercice 3

Si l'on regarde uniquement le ressort, dont la masse est négligée, on trouve :

$$T_{3r} - T_{2r} = 0 \Rightarrow T_{3r} = T_{2r} \Rightarrow T_{r3} = T_{r2} = T \tag{5}$$

Où on a utilisé la 3^{eme} loi de Newton. L'accélération des deux masses est donnée par la 2^{eme} loi de Newton :

$$m_2 a_2 = T_{r2} = T \text{ et } m_3 a_3 = -T_{r3} = -T \tag{6}$$

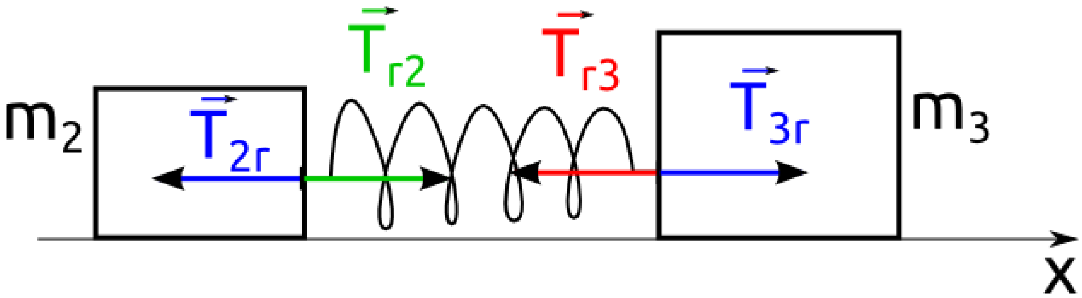

FIGURE 1 – La force verte agit sur la masse de 2 kg (indice 2), la force rouge agit sur la masse de 3 kg (indice 3), et les forces bleues agissent sur le ressort (indice r). On ne considère, ici, que les forces agissant sur l'axe x car les masses n'ont pas de mouvement vertical. Il n'est donc pas nécessaire d'inclure la gravité et la réaction normale.

$$\Rightarrow m_2 a_2 = -m_3 a_3 \Rightarrow a_2 = -\frac{m_3}{m_2} a_3 = 2.7 \text{ m/s}^2 \tag{7}$$

Alternativement, le système de deux masses peuvent être considérés comme une système fermé, avec le ressort qui génère la force entre les deux. Donc, la quantité de mouvement du système est conservé : $m_3 v_3 + m_2 v_2 = const.$ Si on calcule le dérivé temporaire de cette expression on obtient $m_3 a_3 + m_2 a_2 = 0$ car le dérivé temporaire du constant est zéro. Cela nous donne toute de suite l'équation (7), et le résultat sort comme une précédemment.

Exercice 4

L'astronaute se déplace dans l'espace à vitesse constante, donc le repère lié à sa centre de gravité est une repère inertielle. Dans ce repère, tout est immobile, donc la quantité de mouvement initiale totale est zéro. Cette condition demeure inchangé même s'il lance la caméra et l'homme et le caméra obtient des vitesses opposées :

$$0 = m_{TV} v_l + (m_{astro} + m_{bat}) v_1 \tag{8}$$

En connaissant les masses et la vitesse de lancement v_l, nous pouvons calculer v_1, qui est égale à $0.1\,\text{m/s}$.
Dans une deuxième temps, nous pouvons décrire le système astronaute-batterie dans le repère lié à leur centre de gravité. Dans ce système, les deux sont initialement immobiles, et la chanson reste la même :

$$0 = m_{bat} v_l + m_{astro} v_2 \tag{9}$$

Le calcul donne $v_2 = 1.1\,\text{m/s}$, qui correspond à la variation de sa vitesse après le lancement du deuxième objet.

Exercice 5

Selon la définition du moment d'inertie $I = \sum_i m_i r_i^2$, donc la réponse à la première question est $I_a = 1(0,25^2 + 0,5^2 + 0,75^2 + 1^2)\text{kgm}^2 = 1,875\ \text{kgm}^2$. De même, $I_b = 1(2 * 0,25^2 + 0,5^2 + 0,75^2)\text{kgm}^2 = 0,9375\ \text{kgm}^2$. Finalement, on peut aussi calculer le moment d'inertie par rapport à l'axe qui passe par le centre de gravité : $I_{CG} = 1(2 * 0,25^2 + 2 * 0,5^2)\text{kgm}^2 = 0,625\ \text{kgm}^2$. Le centre de gravité est le centre de symétrie de la tige car la distribution de masses est symétrique.